

TD: Machines Thermiques

Exercice 1: Moteur thermique idéal (source à température variable)

On fait fonctionner un moteur thermique idéal (réversible) entre:

- * une source chaude constituée par une masse m_1 d'eau liquide à la température initiale $t_{1,0}$.
- * une source froide constituée par une masse m_2 d'eau liquide à la température initiale $t_{2,0}$.

Le moteur cesse évidemment de fonctionner quand les deux sources sont à la même température. Calculer alors:

1. cette température finale
2. la chaleur totale fournie par la source chaude
3. la chaleur totale reçue par la source froide
4. le travail fourni par le moteur

A.N.: $m_1=1$ tonne; $m_2=2$ tonnes; $t_{1,0}=100^\circ\text{C}$; $t_{2,0}=0^\circ\text{C}$; Capacité thermique massique de l'eau $c=4.18\text{Jg}^{-1}\text{K}^{-1}$

Exercice 2: Thermopompe idéale (source à température variable)

On fait fonctionner une machine thermique idéale (réversible) entre:

- * une source chaude constituée par une masse m d'eau à la température initiale $t_{1,0}=20^\circ\text{C}$.
- * une source froide constituée par une l'air ambiant à la température constante $t_{2,0}=10^\circ\text{C}$.

La machine fonctionne dans un sens tel que la source chaude reçoit de la chaleur. Quel travail doit-on fournir à la machine pour amener la source chaude à la température $t'_1=50^\circ\text{C}$. Capacité thermique massique de l'eau $c=4.18\text{Jg}^{-1}\text{K}^{-1}$.

Exercice 3: Climatiseur réversible

On veut refroidir une pièce à l'aide d'un climatiseur ditherme réversible. La puissance mécanique qu'il reçoit est P . La source froide est la pièce, de capacité calorifique $C=2 \cdot 10^6 \text{ JK}^{-1}$ et de température initiale T_0 ; la source chaude est un récipient d'eau qui possède la même capacité calorifique C et dont la température initiale est $T_0=300\text{K}$.

1. Exprimer la relation entre les températures T_1 et T_2 des deux corps au cours du fonctionnement; en déduire les lois $T_1(t)$ et $T_2(t)$.
2. Calculer T_1 lorsque T_2 a atteint 290K .
3. Au bout de combien de temps obtient-on cette température si la puissance du moteur est 120W ?

Exercice 4: Centrale nucléaire

Une centrale nucléaire est une machine ditherme fonctionnant entre deux sources de chaleur : une source chaude (eau du circuit primaire) de température $T_D=579\text{K}$ et une source froide (eau du fleuve) de température $T_F=283\text{K}$. La centrale fournit une puissance $P=1,006\text{GW}$.

1. Calculer le rendement η de la centrale sachant qu'il est égal à 60% du rendement maximal de Carnot.
2. Exprimer le transfert thermique $\dot{Q}_C$ par unité de temps de la source chaude vers l'agent thermique en fonction de η et P . En déduire le transfert thermique $\dot{Q}_F$ par unité de temps de l'eau du fleuve vers l'agent thermique. Le calculer.
3. L'eau du fleuve servant de source froide a un débit volumique de $D_V = 300 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$. Calculer la variation de température ΔT de l'eau du fleuve en contact à chaque instant avec l'agent

thermique. On donne $\rho = 1,0010^3 \text{ kg m}^{-3}$ masse volumique et $c = 4,1810^3 \text{ JK}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ capacité thermique de l'eau liquide.

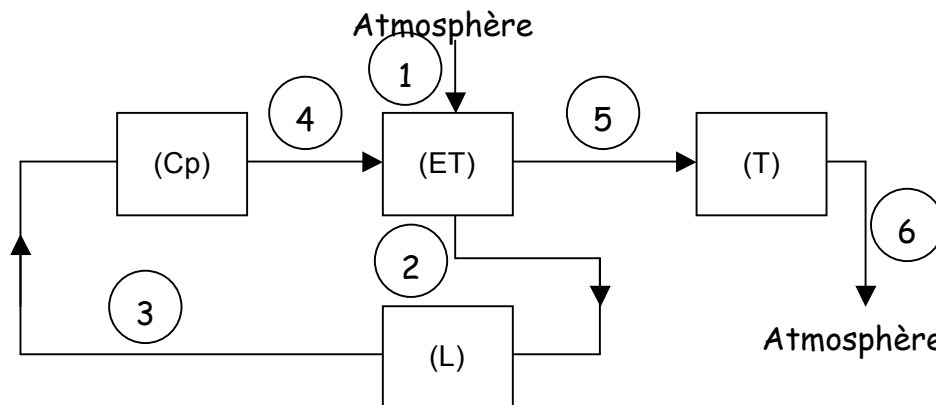
Exercice 5: Efficacité d'une installation constituée d'un moteur réversible et d'une pompe à chaleur

Un moteur de Carnot échange de la chaleur avec une source chaude S_1 de température T_1 et une source froide S_3 de température T_3 . Le travail W fourni par ce moteur sert à faire fonctionner une pompe à chaleur réversible dont la source froide est S_3 et dont la source chaude S_2 est à la température T_2 .

Représenter schématiquement l'installation et les échanges d'énergie.

Définir l'efficacité de l'ensemble et la calculer dans le cas où les températures sont $T_1=600\text{K}$, $T_2=300\text{K}$ et $T_3=270\text{K}$.

Exercice 6 : Pompe à chaleur : L'installation schématisée ci-dessous est une pompe à chaleur ditherme fonctionnant entre la source chaude constituée du local à chauffer dont la température est $T_C = 293 \text{ K}$ et la source froide constituée de l'atmosphère extérieure dont la température est $T_F = 268 \text{ K}$.



L'air, assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g mol}^{-1}$ et de coefficient isentropique constant $\gamma = 1,40$, est prélevé dans l'atmosphère dans l'état E_1 et traverse l'échangeur thermique calorifugé (ET) d'où il sort dans l'état E_2 après avoir croisé une autre circulation d'air évoluant de l'état E_4 à l'état E_5 , où $T_4 = T_2$ et $T_5 = T_1$, ce qui revient à supposer que les échanges thermiques entre les deux circulations d'air sont réversibles.

L'air traverse ensuite le local à chauffer (L) où il cède un transfert thermique à la source chaude et évolue de l'état E_2 à l'état E_3 .

Il est alors comprimé réversiblement dans le compresseur (Cp) calorifugé où il évolue de l'état E_3 à l'état E_4 .

Puis l'air traverse l'échangeur thermique calorifugé (ET) où il évolue de l'état E_4 à l'état E_5 en croisant le circuit déjà évoqué où l'air évolue de l'état E_1 à l'état E_2 .

Enfin l'air se détend réversiblement dans la turbine (T) calorifugée, de l'état E_5 à l'état E_6 , et est rejeté dans l'atmosphère dans l'état E_6 .

Le tableau ci-dessous donne les renseignements connus sur les états successifs de l'air dans l'installation.

Etat	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
P en bar	1	1	1	2	2	1
T en K	268		293		268	

L'installation fonctionne en régime permanent avec un débit massique identique dans tous les éléments de l'installation. On raisonne sur une durée correspondant au transfert d'un kilogramme d'air dans chaque élément de l'installation. On néglige les variations d'énergie mécanique.

1. Calculer la température T_4 et le travail $W_{3 \rightarrow 4}$ reçu par l'air dans le compresseur (C_p).
Calculer la température T_6 et le travail $W_{5 \rightarrow 6}$ algébriquement reçu par l'air dans la turbine (T). En réalité la turbine est utilisée pour entraîner partiellement le compresseur ; calculer le travail W effectivement reçu par l'installation.
2. Calculer le transfert thermique Q_c reçu par l'air à la traversée du local. En déduire l'efficacité e de la pompe à chaleur ; comparer à l'efficacité e_c d'une pompe à chaleur de Carnot et commenter.

Exercice 7: Turbopropulseur

1. Un réservoir R_1 alimente une canalisation en amont d'une machine (X) ; à l'entrée de la machine le gaz est aux conditions T_1 et P_1 de température et de pression, sa vitesse c_1 est négligeable.
La machine fournit à l'unité de masse du fluide qui la traverse le travail w' et la quantité de chaleur q , puis refoule le fluide aux conditions T_2 et P_2 de température et de pression avec une vitesse c_2 (fig.1). La canalisation est calorifugée c'est à dire que le fluide ne peut recevoir de chaleur ailleurs que dans la machine.

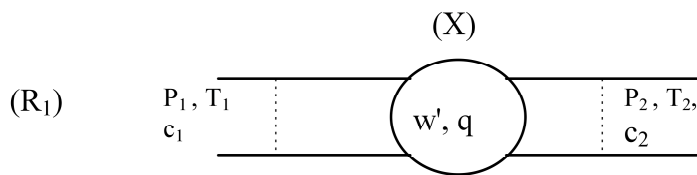


Fig.1

Montrer que l'on a en régime stationnaire la relation: $h_2 - h_1 + \frac{1}{2}c_2^2 = w' + q$ où h_1 et h_2 désignent les enthalpies massiques du fluide respectivement dans les conditions (P_1, T_1) et (P_2, T_2)

2. Application

Un turbopropulseur est un moteur à réaction dont l'organe essentiel est constitué par une turbine à gaz dont le rôle est d'entraîner, outre le compresseur, l'hélice propulsive (fig.2).

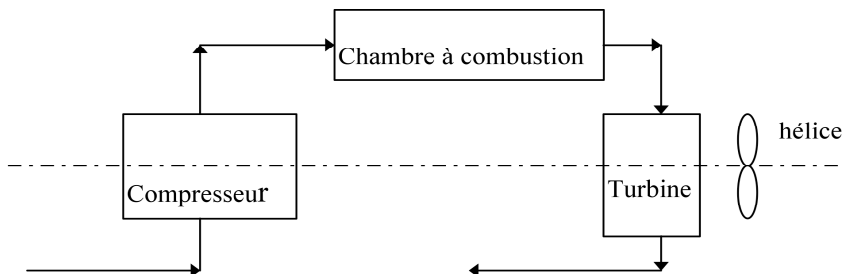


Fig.2

Le cycle du turbopropulseur est assimilable à un cycle de Joule; le gaz utilisé est de l'air assimilé à un gaz parfait, de chaleur massique isobare c_p constante. On donne $g=1.4$, $M=29\text{gmol}^{-1}$, $R=8,32\text{Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$.

1^{ère} phase: l'air, à la température $T_0=280\text{K}$ et à la pression $P_0=1\text{atm}$ est aspiré dans le compresseur qui le porte aux conditions $P_1=10\text{atm}$ et T_1 par une évolution supposée adiabatique et réversible. On appellera w'_1 le travail fourni par le compresseur à l'unité de masse de l'air. Les vitesses d'écoulement seront négligées.

2^{ème} phase: à la sortie du compresseur, l'air pénètre dans la chambre de combustion où, sous pression constante P_1 , sa température est portée à la valeur $T'_1=1000\text{K}$.

On appellera q la quantité de chaleur fournie à l'unité de masse d'air dans cette transformation.

3^{ème} phase: l'air parvient alors à la turbine où il subit une détente adiabatique et réversible. On négligera les vitesses d'écoulement aussi bien à l'entrée qu'à la sortie de la turbine. A la fin de cette détente la pression de l'air est $P_2=P_0$ et sa température est T_2 .

On appellera w'_2 le travail que l'unité de masse fournit à la turbine pendant la détente.

4^{ème} phase: l'air est rejeté dans l'atmosphère extérieure où il se refroidit à la pression constante P_0 , de la température T_2 à la température T_0 .

- Donner l'allure du cycle dans le diagramme de Clapeyron (Pression en fonction du volume massique du fluide). Ce cycle est dit cycle de Joule.
- Donner les expressions littérales de T_1 et w'_1 . Calculer T_1 .
- Exprimer littéralement q .
- Donner les expressions littérales de T_2 et w'_2 . Calculer T_2 .
- Quel est le travail massique disponible à l'hélice? Le calculer, ainsi que q .
- Définir le rendement du turbopropulseur, en fonction du taux de compression $a=P_1/P_2$. Le calculer

Eléments de réponse :

Ex.1 :

$$T_f = T_{10}^{\frac{m_1}{m_1+m_2}} T_{20}^{\frac{m_2}{m_1+m_2}} = 302.9 \text{ K} = 29.9^\circ\text{C}, \quad Q_1 = -m_1 C(T - T_{10}) = 2.93 \cdot 10^8 \text{ J} \quad Q_2 = -m_2 C(T - T_{20}) = -2.5 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$W = -Q_1 - Q_2 = -4.31 \cdot 10^7 \text{ J} \leq 0 \Rightarrow \text{le système fournit un travail.}$$

Ex.2 :

Q_1 : transfert thermique reçu par le fluide de la part de la source chaude; Q_2 : transfert thermique reçu par le fluide de la part de la source froide $\delta Q_{\text{source chaude}} = -\delta Q_1 = m C dT_1 \Rightarrow Q_1 = -m C (T_1' - T_1)$

$$\frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} = 0 \text{ (réversible)} \quad \delta Q_2 = -\frac{T_2}{T_1} \delta Q_1 = T_2 \frac{m C dT_1}{T_1} \Rightarrow Q_2 = m C T_2 \ln\left(\frac{T_1'}{T_1}\right) \geq 0 \quad W = -Q_1 - Q_2 = 2.41 m C$$

Ex.3 :

$$T_1 T_2 = T_0^2 \quad T_1^2 - \left(\frac{P}{C} t + 2T_0\right) T_1 + T_0^2 = 0 \Rightarrow T_1(t) = T_0 + \frac{Pt + \sqrt{Pt(Pt + 4CT_0)}}{2C} \quad T_2(t) = T_0 + \frac{Pt - \sqrt{Pt(Pt + 4CT_0)}}{2C}$$

$$T_1 = 310.34 \text{ K} \quad Pt = C(T_1 + T_2 - 2T_0) \Rightarrow t = \frac{C}{P} (T_1 + T_2 - 2T_0) = 5667 \text{ s} = 1 \text{ h } 34 \text{ min } 27 \text{ s}$$

$$\eta = 0,6 \eta_{\text{théorique}} = 0,6 \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) = 0,307 = 30,7\%; \quad \dot{Q}_C = \frac{P}{\eta}; \quad \dot{Q}_F = P \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) = -2,27 \text{ GW}$$

Ex.4 :

$$\dot{Q}_{\text{fleuve}} = -\dot{Q}_F = \frac{dm}{dt} C \Delta T = \rho D_V C \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{-\dot{Q}_F}{\rho D_V C} = 1,80 \text{ K}$$

Ex.5 :

$$\eta = -\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1 - \frac{T_3}{T_2}}{1 - \frac{T_3}{T_2}} = 5.5$$

Ex.6 :

$$T_4 = 357 \text{ K}; \quad w_{3 \rightarrow 4} = h_4 - h_3 = 64.2 \text{ kJ/kg}; \quad T_6 = 220 \text{ K} \quad w_{5 \rightarrow 6} = h_6 - h_5 = -48.1 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{\text{installation}} = w_{3 \rightarrow 4} + w_{5 \rightarrow 6} = 16.1 \text{ kJ/kg} \quad Q_{2 \rightarrow 3} = -64.2 \text{ kJ/kg} \quad e = 4 \quad e_{\text{carnot}} = 11.7$$

Ex.7 :

$$1. \quad w'_1 = h_{T1} - h_{T0} = c_{pm}(T_1 - T_0) \quad T_1 = T_0 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\gamma-1/\gamma} = 540.6 \text{ K}$$

$$2. \quad q = c_{pm}(T'_1 - T_1) > 0 \quad w'_2 = h(T_2) - h(T'_1) = c_{pm}(T_2 - T'_1) < 0 \quad T_2 = T'_1 \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{\gamma-1/\gamma} = 517.9 \text{ K}$$

Travail fourni à l'hélice = -travail reçu par le système = - W_{total}

$$w_{\text{hélice}} = -(w_1 + w_2) = 222 \text{ kJ/kg} \quad \text{avec } c_{p\text{massique}} = \frac{R\gamma}{M(\gamma-1)} \quad q = 461 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{rendement} = \eta = -\frac{w_{\text{total}}}{q} = \frac{w_{\text{hélice}}}{q} = 1 - a^{1-\gamma/\gamma} = 48.2\% \quad \text{avec } a = \frac{P_1}{P_0}$$